В настоящее время интерес к моделированию систем постоянно растет. Довольно большую часть систем составляют именно дискретные устройства, поэтому разработка методов их исследования является весьма актуальной задачей. Исследование любой системы [16] состоит из трех этапов:

* Формализация системы в виде математической модели
* Реализация математической модели на ЭВМ
* Проведение экспериментов над моделью

Сначала рассмотрим формализацию дискретных устройств, а для этого дадим формальное определение сложного дискретного устройства.

## Сложные дискретные системы

Рассмотрим системы (устройства) управления, у которых дискретны множества внутренних состояний, входных и выходных сигналов, а также множество моментов времени, в которые поступают входные сигналы, меняются внутренние состояния и выдаются выходные сигналы. Такие системы называют дискретными.

Создание дискретных систем может быть вызвано многими причинами.

Во-первых, принцип действия некоторых элементов, входящих в систему, может быть дискретным. К примеру, в системе управления ракетой имеется импульсная радиолокационная станция (РЛС), измеряющая координаты цели и ракеты. По своему принципу действия она выдает информацию дискретно с частотой следования импульсов станции, поэтому и вся система управления будет дискретной. В качестве другого примера можно указать на системы автоматического управления (САУ), имеющие в своем составе цифровые вычислительные машины (ЦВМ), являющиеся дискретными устройствами.

Во-вторых, в дискретных системах проще реализовать сложные алгоритмы управления. Так, при использовании ЦВМ алгоритм задается в виде программы, сложность которой практически не влияет на конструкцию системы. Смена программы, то есть алгоритма управления, производится без больших затрат времени. В непрерывных же САУ повышение сложности алгоритма управления требует включения в состав системы новых элементов, а замена алгоритма связана с существенным усложнением конструкции.

В-третьих, точность решения алгоритмов управления с помощью дискретных устройств (например, ЦВМ) обычно выше, чем с помощью непрерывных. Это положение требует более подробного объяснения. Дискретная обработка информации за счет импульсного характера сигналов неизбежно приводит к ее потере, так как на интервалах, где импульсы отсутствуют, полезная информация не используется. Поэтому, если для решения одного и того же алгоритма использовать дискретные и непрерывные устройства, то точность последних в идеальном случае будет выше. За счет потери части информации дискретные устройства обладают методической погрешностью, то есть такой, которая зависит от метода обработки. Однако как дискретные, так и непрерывные устройства имеют и другие погрешности - инструментальные, зависящие от неточностей изготовления отдельных элементов, нестабильностей параметров, внутренних шумов и помех. Оказывается, что инструментальные погрешности непрерывных устройств значительно больше, чем устройств дискретных, и сильно растут с усложнением алгоритма обработки. В итоге суммарная погрешность дискретных устройств оказывается меньше инструментальной погрешности непрерывных, что и позволяет говорить о более высокой точности работы дискретных систем.

Любое дискретное устройство можно представить в виде набора величин:

, где

Х – множество входных воздействий хi∈Х, i=1…nx

Y – множество выходных характеристик устройства yj∈Y, j=1…ny

V – множество воздействий внешней среды vl∈V, l=1…nv

H – множество (собственных) параметров устройства hk∈H, k=1…nh

В общем случае X, V, H, Y не пересекаемые множества, содержат как детерминированные, так и стохастические составляющие. Процесс функционирования устройства во времени t описывается оператором Fs:

FS может быть функция, логические условия, алгоритм, таблица или словесное описание правил.

Под внутренним состоянием дискретного устройства будем понимать набор значений параметров устройства в заданный момент времени.

Представим дискретное устройство в виде пятерки

, где

XS – множество дискретных входных сигналов,

YS – множество дискретных выходных сигналов,

QS – множество дискретных внутренних состояний устройства,

f – выходная функция,

g – функция переходов

Множества XS, YS и QS связаны со структурой устройства, а функции f и g описывают алгоритм его функционирования. В общем случае, функционирование дискретного устройства можно описать следующим образом:

 (2.2)

 (2.3)

Где - упорядоченная последовательность дискретных моментов времени, - значение выходного сигнала в момент времени ti, - значение входного сигнала в момент времени ti, а - состояние дискретного устройства в момент времени ti.

Под сложным дискретным устройством будем понимать устройство, обладающее хотя бы один из таких свойств:

* Большое количество состояний
* Сложный алгоритм функционирования
* Наличие случайных факторов влияющих на функционирование устройства

Нетрудно видеть, что описанное устройство можно воспринимать как сложную систему. В дальнейшем, при употреблении термина «система» будет подразумевать «дискретное устройство».

Основным способом изучения сложных систем является моделирование. Рассмотрим основные виды моделей и способы моделирования.

## Классификация моделей формализации

По степени абстрагирования от оригинала выделяют два больших класса моделей – физические и математические (абстрактные).

### Физические модели

Физической моделью обычно называют систему, эквивалентную или подобную оригиналу, но возможно имеющую другую физическую природу.

|  |  |
| --- | --- |
| *Вид модели* | *Описание* |
| Натуральные | Это реальные исследуемые системы (макеты, опытные образцы). Имеют полную адекватность (соответствия) с системой оригиналом, но дороги. |
| Масштабная | Это система той же физической природы, что и оригинал, но отличается от него масштабами. Методологической основой масштабного моделирования является теория подобия. При проектировании ВС масштабные модели могут использоваться для анализа вариантов компоновочных решений. |
| Аналоговая | Это система, имеющая физическую природу, отличающуюся от оригинала, но сходные с оригиналом процессы функционирования. Для создания аналоговой модели требуется наличие математического описания изучаемой системы. В качестве аналоговых моделей используются механические, гидравлические, пневматические и электрические системы. Аналоговое моделирование использует при исследовании средства ВТ на уровне логических элементов и электрических цепей, а так же на системном уровне, когда функционирование системы описывается, например, дифференциальными или алгебраическими уравнениями. |

Табл.2.1 Виды физических моделей

### Математические модели

Математические модели представляют собой формализованное представление системы с помощью абстрактного языка, с помощью математических соотношений, отражающих процесс функционирования системы. Для составления математических моделей можно использовать любые математические средства — алгебраическое, дифференциальное, интегральное исчисления, теорию множеств, теорию алгоритмов и т.д.

|  |  |
| --- | --- |
| *Вид модели* | *Описание* |
| Аналитическая | Аналитической моделью называется такое формализованное описание системы, которое позволяет получить зависимость вектора выходных параметров от входных - в явном виде, используя известный математический аппарат. |
| Имитационная | Это совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений. Эти алгоритмы и правила не дают возможности использования имеющихся математических методов аналитического и численного решения, но позволяют имитировать процесс функционирования системы и производить вычисления интересующих характеристик. Имитационные модели могут быть созданы для гораздо более широкого класса объектов и процессов, чем аналитические и численные. |
| Комбинированная | Часть системы формализуется в виде аналитических зависимостей, а часть в виде имитационной модели. Применяется в случае если часть системы можно формализовать аналитически. |

Табл.2.2 Виды математических моделей

Для исследования сложных дискретных устройств предлагается использовать математические модели, поскольку с их разработка существенно дешевле физических и позволяет решать гораздо более широкий спектр задач.

Среди математических моделей решено сделать выбор в пользу имитационных моделей, поскольку они позволяют моделировать сложные системы, для которых очень сложно (или даже невозможно) получить аналитическое решение.

Для проведения моделирования необходимо формализовать устройство. Это можно сделать, используя одну из существующих типовых математических схем.

|  |  |
| --- | --- |
| *Тип* | *Описание* |
| D-схемы (непрерывно-детерминированные) | Используются дифференциальные уравнения. Не подходит для дискретных систем. |
| F-схемы (конечные автоматы) | Конечный автомат имеет множество внутренних состояний и входных сигналов, являющихся конечными множествами.  С их помощью описываются узлы и элементы ЭВМ, устройства контроля, регулирования и управления, системы временной и пространственной коммутации в технике обмена информацией. Широта применения F-схем не означает их универсальность. Этот подход непригоден для описания процессов принятия решений, процессов в динамических системах с наличием переходных процессов и стохастических элементов. |
| P-схемы (вероятностные автоматы) | Устройство (система), автоматически изменяющее свое состояние в зависимости от последовательности предыдущих состояний и случайных входных сигналов. Вероятностный автомат используют при моделировании сложных процессов. |
| Q-схемы (системы массового обслуживания) | Динамическая система, предназначенная для эффективного обслуживания случайного потока заявок при ограниченных ресурсах системы. |
| А-схемы | Aгрегативные модели (системы) позволяют описать широкий круг объектов исследования с отображением системного характера этих объектов. Именно при агрегативном описании сложный объект расчленяется на конечное число частей (подсистем), сохраняя при этом связи, обеспечивая взаимодействие частей. |

Табл.2.3

Сложность дискретной системы не позволяет сделать однозначный выбор в пользу той или иной математической схемы для построения модели. Для различных дискретных устройств могут подойти различные схемы.

В данной квалификационной работе в качестве схемы формализации системы рассматривается P-схема (далее - вероятностный автомат). Перечислим основные достоинства вероятностных автоматов по сравнению с другими способами формализации моделей:

* Автоматы имеют хорошо определённую семантику, однозначно определяющую поведение этого автомата;
* Имеют наглядное графическое представление;
* Позволяют моделировать широкий класс сложных систем, имеющих стохастический характер;
* Устойчивы к незначительным изменениям моделируемой системы.

Рассмотрим формализацию дискретной системы на примере технологического процесса.

### Представление технологического процесса в виде вероятностного автомата.

В реальных условиях многостадийного производства реализация технологического процесса не дает стопроцентную гарантию получения продукции строго заданного качества. Это объясняется влиянием значительного качества технологических величин, часть из которых может не регламентироваться стандартами. Кроме того, сложно выдержать слишком «узкие» допустимые режимы обработки при учёте погрешностей приборов.

То есть, если технология представлена в виде конечных автоматов, то использование любой технологической цепочки, образованной сочетанием строго определенных элементов алфавитов входов и состояний в большинстве случаев не обеспечивает гарантированное попадание в заданные элементы алфавитов выходных величин. Чтобы учесть данную ситуацию необходимо использовать для описания вероятностные автоматы.

Предварительное исследование технологического процесса позволяет проанализировать законы распределения факторов сквозной технологии и определить безусловные вероятности, с которыми каждое из состояний встречается в реальном производстве, и, следовательно, обычно используется. Данные вероятности можно анализировать с помощью гистограмм или диапазонной оценки для отдельных факторов и входных величии, а также и для их совместного появления.

Сочетания алфавитов технологических факторов формируют технологические траектории. Реализация каждой такой траектории позволяет получать определенный уровень свойств и оценивать затраты на её реализацию. Причём, для каждой траектории затраты можно рассчитать с вероятностью близкой к единице. Следовательно, это позволяет использовать детерминированные конечные автоматы для описания влияния технологии на затраты.

Поскольку реализация конкретной технологии не обеспечивает строгое получение конечных свойств определенного качества (т.е. не позволяет получить единственное сочетание алфавитов выходов), то необходимо для каждой технологической цепочки описать свой вероятностный автомат.

## Декомпозиция и методы декомпозиции сложных дискретных систем.

Моделирование больших систем представляет собой задачу большой размерности, поэтому одним из методов исследования таких систем является метод декомпозиции, позволяющий разбивать исследуемую схему на части, проверяя работу каждой части и последовательно добавлять к проверенной части новые фрагменты.

Известно, что методы декомпозиции делятся по методу формализации сложных дискретных устройств на структурные, объектные и алгоритмические. К структурным методам относятся последовательный, параллельный и последовательно-параллельный метод. Реализации методов декомпозиции различаются по математическому представлению исследуемой системы: в виде конечного автомата, графа или сети. При объектно-ориентированной декомпозиции система разбивается, в соответствии с формализацией ее элементов различными типовыми математическими моделями. При алгоритмической декомпозиции происходит разбиение алгоритма функционирования сложного устройства на модули, где каждый модуль системы выполняет один из этапов общего процесса функционирования.

По точности решения все методы декомпозиции можно разделить на детерминированные и эвристические. Хотя детерминированные методы дают точные результаты, они весьма трудоемки по реализации. Эвристические методы позволяют находить одно локальное решение. Следует также выделить и рандомизированные алгоритмы, ориентированные на случайный поиск, что дает возможность находить серию локальных решений с приближенными результатами.

Анализ точных методов свидетельствует о сложности проблемы оптимального разбиения систем. Их целесообразно применять для систем с малой размерностью (не более 30 компонентов), так как они требуют значительных затрат машинного времени. Приближенные эвристические методы требуют меньших временных затрат в ущерб точности, но их можно применять для систем большой размерности. Известны два варианта последовательного алгоритма разбиения. По первому при формировании очередного блока выделяется подсхема, объем которой заведомо превышает допустимый; блок формируется в результате последовательного исключения компонентов из схемы. По второму, более распространенному, компоненты последовательно включаются в формируемый блок. Последовательно-параллельный алгоритм заключается в одновременном формировании всех блоков разбиения, когда на каждом шаге свободные компоненты распределяются по блокам. Дополнительные возможности дает применение параллельных методов разбиения схем. В частности, предложено использовать дерево свертки для компоновки схем по различным критериям. Такое дерево позволяет частично получить информацию о всей схеме, что отличает данный подход от последовательного, при котором разбиение строится на основе локальной информации. В группе конструктивных алгоритмов последовательные методы требуют меньшего объема оперативной памяти, однако уступают параллельным в быстродействии. Кроме того, их можно применять к схемам различных типов и структур.

При использовании итерационных алгоритмов схему сначала разбивают на определенное число блоков произвольным образом, затем делают перестановки компонентов из одного блока в другой по принятым критериям. Перестановка производится двумя способами: парным и групповым обменом. Для широкого класса схем оказалось эффективным использование алгоритма групповой замены.

Для рандомизированных алгоритмов используют метод решения задачи разбиения, основанный на случайном поиске путем введения случайного шага в процессе разбиения с последующей оценкой его эффективности. Стохастический метод связан с намеренным введением элемен­та случайности в процессе разбиения. Это дает возможность на­ходить серию локальных решений и выбирать наилучший. По адаптивному методу на каждой шаге проверяется выполнение ограничений, устраняются нарушения и производится локальная, оптимизация разрезания блоков, за которой снова следует проверка выполнения ограничений и т. д.

Описанные методы целесообразно применять при агрегации сложных систем на заданное число подсистем с минимизацией связей между ними.

Сравнивая итерационные алгоритмы с конструктивными, отметим, что структура первых предопределяет их применение к разбиению на фиксированное число блоков, в то время как вторые обычно ориентированы на минимизацию числа блоков. Вместе с тем, итерационные алгоритмы могут успешно применяться в сочетании с конструктивными, образуя группу смешанных методов, при этом возможно применение итерационных методов для улучшения результатов.

Алгоритмы, основанные на последовательных и итерационных методах разбиения графа, описывающего функционировании дискретного устройства на части, являются сложными, трудно поддаются программной реализации и требуют большого объема памяти. Кроме того, качество результата зависит от первоначального разбиения графов и определяется по одному критерию.

Параллельный

Последовательный

Последовательно-параллельный

Метод декомпозиции

Структурный

Алгоритмический

Объектный

Разбиение на подпроцессы

Сильно-связанные подструктуры

КА

Графы

Сети Петри

### Рис. 1. Классификация методов декомпозиции

Как было сказано выше (см. п. ), в данной квалификационной работе в качестве математической модели формализации рассматривается модель вероятностных конечных автоматов. Существующий метод декомпозиции конечных автоматов, основанный на основной теореме декомпозиции автоматов, в своём изначальном виде не применим к вероятностным автоматам. Поэтому для решения поставленной в рамках квалификационной работы задачи необходимо скорректировать и расширить данный алгоритм для возможности применения его к указанному классу систем.